

Вейвлет-преобразование (Wavelet Transform)

Разделы: [Алгоритмы](#)

LogInom: [Сглаживание \(обработчик\)](#)

Вейвлет-преобразование — это метод преобразования данных к представлению, в котором они могут быть локализованы как по времени, так и по частоте, что открывает дополнительные возможности по их обработке.

Большинство данных, описывающих бизнес-процессы, имеет амплитудно-временное (или просто временное) представление в координатах время-значение. То есть данные представлены точками в системе координат, в которой по горизонтальной оси отсчитывается время (или иная независимая переменная), а по вертикальной — значение признака в данной временной точке.

Временное представление несет в себе только часть информации о данных, которая может оказаться полезной при их анализе. Например, во временном представлении в сложно различить и обработать шумы или какие-то локальные особенности. Однако то, что «невидимо» во временном представлении, может быть хорошо различимо в других представлениях, например, частотном, которое позволяет применять к данным методы спектрального анализа.

Использование временного и частотного представления ограничено тем, что во временной области данные полностью локализованы по времени, но при этом отсутствует локализация по частоте, а в частотной области — наоборот. Поэтому преобразование, в области которого данные могли быть одновременно локализованы и по времени и по частоте (время-частотное преобразование) открывает дополнительные возможности по обработке данных. Именно эту проблему и решает вейвлет-преобразование.

Вейвлет-преобразование представляет собой разложение исходной функции в базис вейвлет-функции или просто вейвлета. Представляет собой интегральное преобразование вида:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt,$$

где $x(t)$ — исходная функция, $\psi^*(t)$ — материнская вейвлет-функция, b — параметр сдвига, который определяет положение вейвлета, $a > 0$ — параметр растяжения, которое задает «ширину» вейвлета и определяет масштаб преобразования.

Как видно из последнего выражения, результат преобразования есть функция двух переменных a и b (растяжения и сдвига). Вейвлет $\psi^*(t)$ называется материнским вейвлетом по следующей причине. С английского вейвлет переводится как «маленькая волна». Маленькой она названа потому, что имеет конечную ширину. А слово «волна» указывает на то, что вейвлет осциллирует. Таким образом, материнский вейвлет порождает целое семейство функций, имеющих разный сдвиг и ширину.

Таким образом, временная локализация вейвлет-преобразования обеспечивается сдвигом материнской вейвлет-функции, а частотная — параметром растяжения. Действительно, ширину базисной функции можно рассматривать как величину, обратную частоте — чем меньше ширина, тем больше частота.

Из спектрального анализа известно, что чем меньше детали сигнала, тем более высокочастотные составляющие спектра они порождают, и наоборот. Чем шире вейвлет-функция (т.е., чем ниже частота преобразования), тем более масштабные особенности данных можно исследовать. Чем меньше ширина вейвлета (что соответствует более высокой частоте), тем мельче детали в данных, которое «различает» вейвлет. Данный принцип лежит в основе кратномасштабного вейвлет-анализа.

Основное использование вейвлет-преобразования — сжатие данных, их сглаживание, очистка от шума.

Преимуществами вейвлет-преобразования являются:

- хорошая локализация по времени и частоте;
- широкое разнообразие базисных функций.

К недостаткам вейвлет-преобразования можно отнести:

- сложность сопоставления результатов вейвлет-анализа, полученных на разных масштабах;
- возможные искажения данных.

Работы, которые легли в основу теории вейвлетов и вейвлет-преобразования, были опубликованы в 1909 году венгерским математиком Альфредом Хааром. Современная теория вейвлет-преобразования была развита в 1980-1990-х Жаном Морле, Александром Гроссманом и Ингрид Добеши.