Вики

Теория множеств (Set theory)

Теория множеств — это раздел математической логики, который изучает множества. В математике множество — это совокупность отдельных объектов, рассматриваемая как объект сам по себе.

В основе теории множеств лежит фундаментальное **бинарное отношение** между объектом x и множеством X: если x является элементом X, то используется обозначение $x \in X$. Поскольку множества сами являются объектами, отношение принадлежности также может относиться ко множествам.

Бинарное отношение между двумя множествами является отношением подмножеств, также называемым **включением множества**. Если все элементы множества X также являются элементами множества Y, то X является подмножеством Y, обозначается $X \sqsubseteq Y$. Как следует из этого определения, множество является подмножеством самого себя.

Объединение множеств A и B, обозначаемое $A \cup B$, представляет собой множество всех объектов, которые являются элементами A, или B, или их обоих. Например, объединение $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{2, 3, 4\}$ это множество $C = \{1, 2, 3, 4\}$.

Пересечение множеств A и B, обозначенное $A \cap B$, является множеством всех объектов, которые являются элементами как A, так и B. Например, пересечение множеств $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{2, 3, 4\}$ это множество $C = \{2, 3\}$.

Разность множеств U и A, обозначаемая $U \setminus A$, представляет собой множество всех элементов U, которые не являются элементами A. Разность множеств $U = \{1, 2, 3\} \setminus A = \{2, 3, 4\}$ будет $C = \{1\}$, в то время как, наоборот, разность множеств $A = \{2, 3, 4\} \setminus U = \{1, 2, 3\}$ будет $C = \{4\}$. Когда множество A является подмножеством U, разность множеств $U \setminus A$ также называется **дополнением** к A в U.

Симметрическая разность множеств A и B, обозначаемая $A \bigtriangleup B$, представляет собой набор всех элементов, которые являются элементами только одного множества A или B (элементов, которые принадлежат одному множеству, но не обоим). Например, для множеств $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{2, 3, 4\}$симметрическая разность равна $C = \{1, 4\}$. Это разность объединения и пересечения множеств, $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ или $(A \setminus B \cup B \setminus A)$.

Декартово произведение множеств A и B, обозначаемое $A \times B$, представляет собой множество, элементами которого являются все возможные упорядоченные пары $\{a, b\}$, где a является элементом A, а b — элементом B. Декартово произведение $A = \{1, 2\}$ и $B = \{red, white\}$ будет $C = \{(1, red), (1, white), (2, red), (2, white)\}$.

Мощностью множества A является множество, элементами которого являются все возможные подмножества A. Например, мощность множества $A = \{1, 2\}$ равно $B = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.

Важными частными случаями множеств являются пустое множество (не содержащее элементов), а также множества натуральных и действительных чисел.

Основы теории множеств были заложены в работах Георга Кантора в 1874 году.