

Экстремум взаимокорреляционной функции (Cross-correlation function extremum)

Синонимы: Экстремум взаимной корреляционной функции, Экстремум взаимнокорреляционной функции, CCF extremum

Разделы: [Метрики](#)

Взаимокорреляционная функция — это функция, описывающая меру подобия двух рядов данных в зависимости от величины смещения одного ряда относительно другого (лага). Ряд отличается от просто двух случайных переменных, между которыми может определяться [корреляция](#), тем что каждый его элемент кроме своего значение имеет метку (индекс, номер), которая однозначно определяет его положение относительно других членов ряда. Тогда каждый такой ряд можно рассматривать в качестве реализации [случайного процесса](#).

Чаще всего взаимокорреляционная функция используется в обработке сигналов и анализе [временных рядов](#). На практике, колебания временных рядов, описывающих [бизнес-процессы](#) компании, обычно бывают взаимообусловлены. Например, временной ряд объемов продаж можно считать обусловленным влиянием двух факторов — стоимости товара и численности персонала, которые также изменяются во времени.

Изменение одного ряда может вызвать изменение другого через некоторый промежуток (лаг), поэтому важно оценить этот лаг, что и может быть сделано с помощью взаимокорреляционной функции.

Действительно, если нам известно как ведет себя [спрос](#) при увеличении цен на товары, то можно компенсировать потенциальные потери, например, корректировкой маркетинговой стратегии.

В общем виде для непрерывных функций f и g взаимокорреляционная функция записывается следующим образом:

$$(f \star g)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)g(t + \tau)dt, (1)$$

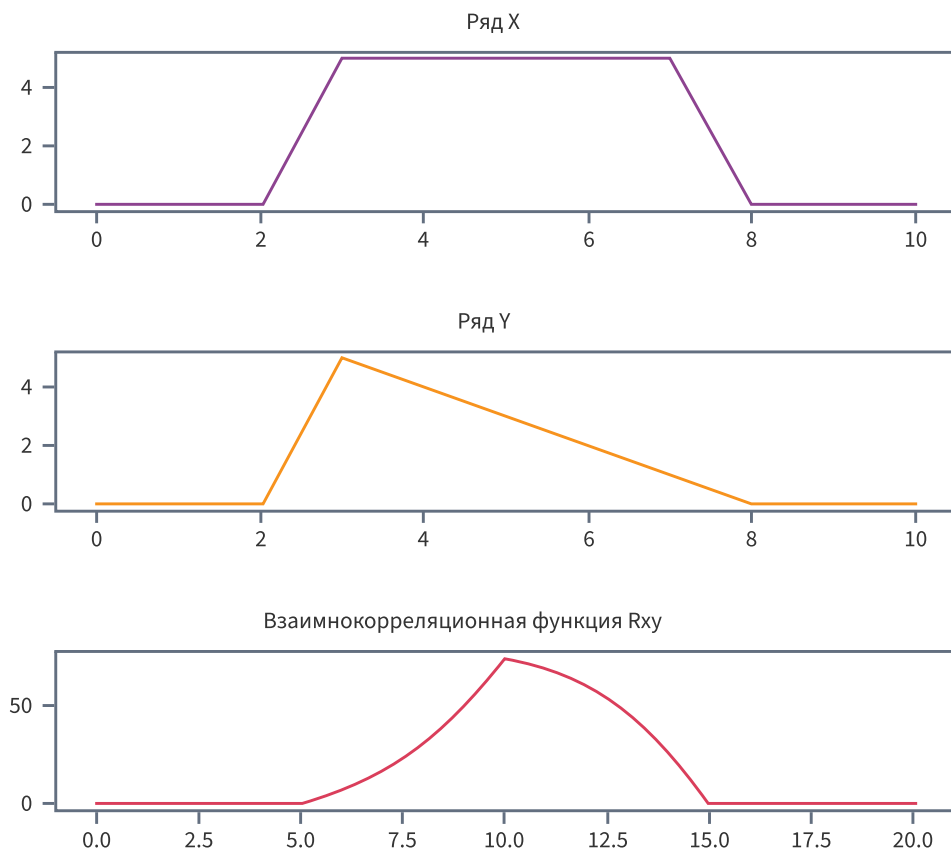
где τ — величина сдвига, $*$ — знак комплексного сопряжения.

Однако, поскольку временные ряды являются дискретными по своей природе, т.е. их значения существуют не непрерывно, в равноотстоящие моменты времени, то для них следует использовать дискретный вариант взаимокорреляционной функции:

$$(f \star g)[n] = \sum_{t=-\infty}^{\infty} f^*[t] g[t+n], (2)$$

где n — число элементов ряда, образующих лаг.

Поясним сказанное графически.



На рисунке представлены два ряда X и Y , а также график их взаимокорреляционной функции. Из формулы (2) можно увидеть, что значение взаимокорреляционной функции при каждом значении сдвига пропорционально сумме скалярных произведений значений рядов (поэтому взаимокорреляционную функцию иногда называют скользящим скалярным произведением).

При сдвиге Y относительно X эта сумма возрастает, достигая некоторого максимума, а затем уменьшается. Этот максимум указывает величину лага, при которой два ряда (или функции) в наибольшей степени коррелируют.

В Logiplot существует специализированный обработчик Корреляционный анализ, в котором имеется возможность вычисления экстремума взаимокорреляционной функции — максимального по модулю из коэффициентов корреляции двух временных рядов, рассчитанных при всевозможных временных сдвигах.